UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

# PROGRAMA DE LA ASIGNATURA:

## Curso académico 2011/12

| Identificación y características de la asignatura | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Denominación | Cálculo Numérico | | Código | 100644 |
| Créditos (T+P) | 6T+3P | | | |
| Titulación | Matemáticas | | | |
| Centro | Facultad de Ciencias | | | |
| Curso | Quinto | Temporalidad | Primer cuatrimestre | |
| Carácter | Troncal | | | |
| Descriptores (BOE) | Métodos de integración. Resolución de ecuaciones diferenciales. | | | |
| Profesor/es | Nombre | Despacho | Correo-e | Página web |
| | Fco. Javier Alonso Romero | C-26 | jalonso@unex.es | |
| Área de conocimiento | Análisis Matemático | | | |
| Departamento | Matemáticas | | | |
| Profesor coordinador (si hay más de uno) | | | | |

## Objetivos y/o competencias

1. Saber calcular las soluciones de una ecuación en diferencias lineal de coeficientes constantes.

2. Conocer la relación existente entre un problema de sumación y la resolución de una ecuación en diferencias. Saber resolver un problema de sumación de funciones. Conocer su origen y saber utilizar las fórmulas de sumación de Euler y de Euler-Maclaurin.

3. Conocer los principales métodos de aproximar la solución del problema de Cauchy o de valor inicial. En particular, conocer los métodos de Taylor y de Runge-Kutta como métodos de un paso, y los métodos de Adams como métodos multipaso. Saber determinar el orden de un método y si es o no convergente.

4. Conocer la diferencia entre problemas de valor inicial y problemas de valor en la frontera y su implicación a la hora de calcular las soluciones aproximadas. Idea general de los métodos basados en diferencias finitas. Conocer la utilidad del método de colocación y su aplicación a diferentes problemas.

5. Adquirir algunas nociones sobre la aproximación de las soluciones de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

**Temas y contenidos**
(especificar prácticas, teoría y seminarios, en su caso)

TEMARIO *

# 1. Ecuaciones en diferencias.

## 1.1. Ecuaciones en diferencias.

Definición de ecuación en diferencias.
Orden de una ecuación en diferencias.
Forma normal.
Ecuación en diferencias lineal.

## 1.2. Ecuación en diferencias lineal homogénea.

Ecuación característica.
Sistema fundamental de soluciones.
Caso de raíces simples.
Caso de raíces múltiples.

## 1.3. Solución general de una ecuación en diferencias lineal no homogénea.

Método de variación de constantes.
Caso en el que el término independiente es un polinomio.

## 1.4. Estabilidad de las ecuaciones en diferencias.

Convergencia y estabilidad.
Condición de la raíz.

# 2. Sumación de funciones.

## 2.1. El problema de sumación de funciones.

Planteamiento general.
Reducción del problema a la resolución de la ecuación en diferencias $\Delta F(x)=g(x)$.
Transformación de Abel.
Ejemplos.

## 2.2. Resolución de la ecuación en diferencias $\Delta F(x)=g(x)$ cuando $g(x)$ es un polinomio.

Métodos generales.
Números y polinomios de Bernoulli.
Método basado en los polinomios de Bernoulli.

## 2.3. Fórmula de sumación de Euler.

Fórmula de sumación de Euler para polinomios.
Fórmula de sumación de Euler-Mclaurin.
El error en la fórmula de Euler-Mclaurin.

# 3. Resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## 3.1. Resolución numérica del problema de Cauchy.

Planteamiento general.
Teorema de existencia y unicidad de solución.
Definición de métodos paso a paso.
Método de Euler.

## 3.2. Error, orden y convergencia de los métodos de un paso.

Error de truncamiento. Error local. Estimación del error.
Orden. Convergencia. Consistencia.
Teorema de convergencia.

## 3.3. Métodos de un paso de orden superior.

Método de Taylor. Orden y convergencia.
Métodos de Runge-Kutta. Definición general de los métodos; orden y convergencia; método clásico de orden cuatro

## 3.4. Métodos multipaso.

Definición de métodos implícitos y explícitos.
Métodos de Adams-Bashforth y métodos de Adams-Moulton.
Métodos predictor-corrector.

## 3.5. Error, orden y convergencia de los métodos multipaso.

Error de truncamiento.
Orden y consistencia.
Convergencia. Condición de la raíz.
Teorema de convergencia.

## 3.6. Estabilidad.

Ecuación test $y' = \lambda y$.
Estabilidad relativa y estabilidad absoluta.

## 3.7. Problemas de valor en la frontera.

Métodos de diferencias finitas.
Métodos de colocación. Método de Galerkin.
Métodos de tiro.

# 4. Resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales mediante diferencias finitas.

## 4.1. Introducción.

Ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden. Clasificación.
Aproximación de las derivadas por medio de diferencias progresivas, regresivas y centrales.
Esquemas en diferencias.

## 4.2. Ecuaciones elípticas.

Ecuaciones de Laplace y Poisson en un rectángulo con condiciones de contorno de tipo Dirichlet.
Ecuación en diferencias asociada: fórmula de los cinco puntos.

Existencia y unicidad de solución aproximada. Principio del máximo.
Cálculo de la solución aproximada.
Acotación del error.
Convergencia de la solución aproximada a la solución exacta.
Estabilidad del esquema en diferencias asociado.

4.3. Consistencia, convergencia y estabilidad.
Esquema en diferencias consistente y condicionalmente consistente.
Solución en diferencias convergente. Esquema convergente.
Estabilidad de un esquema en diferencias.
Teorema de equivalencia de Lax.

4.4. Ecuaciones hiperbólicas.
Ecuación de ondas.
Direcciones características. Dominio de dependencia.
Sistema hiperbólico de ecuaciones de primer orden asociado.
Esquema en diferencias para la ecuación de ondas. Dominio numérico de dependencia.
Convergencia de la solución aproximada. Condición de Courant o del dominio de dependencia.
Esquema en diferencias para el sistema hiperbólico asociado.
Acotación del error. Estabilidad.

4.5. Ecuaciones parabólicas.
Ecuación del calor.
Esquemas en diferencias explícito e implícito. Convergencia.
Esquema de Crank-Nicolson. Convergencia.
Estabilidad.

**Temporalidad aproximada.**

De las 14 semanas (con seis horas semanales) de que aproximadamente se compone el primer cuatrimestre, una distribución temporal aproximada puede ser la siguiente:

Temas 1 y 2: 4 semanas.

Tema 3: 8 semanas.

Tema 4 (hasta 4.2): 2 semanas.

## METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES

Las clases serán, simultáneamente, de tipo teórico y práctico. Además, dos horas a la semana se dará clase en un aula de informática en la se aprenderá un lenguaje de programación. Con dicho lenguaje se harán programas para aplicar los algoritmos estudiados en las clases teóricas.

El desarrollo de un curso normal permite llegar hasta el tema 4.2., y ver así una introducción a la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales. El resto del programa se incluye para indicar lo que sería deseable explicar en una asignatura de esta naturaleza, en caso de disponer de más tiempo.

## RECOMENDACIONES PARA EL ESTUDIO

Es altamente recomendable que el alumno lleve la asignatura al día, así como su asistencia regular a clase. Las clases teóricas se simultanean con prácticas en ordenador que serían difíciles de seguir sin un conocimiento mínimo de la teoría.

## Criterios de evaluación

La evaluación de cada convocatoria se realizará mediante un examen escrito con el que se juzgará:

a) El nivel de asimilación de la materia explicada y la precisión en la exposición de los conceptos.

b) La capacidad para resolver problemas o cuestiones.

Asimismo, se tendrá en cuenta para la calificación final la participación en el aula (resolución de ejercicios planteados, respuesta a cuestiones, ...).

Parte del examen escrito podrá estar relacionada con el lenguaje de programación utilizado en las clases: realización de un pequeño programa, explicación de cuál es el resultado de la aplicación de cierto programa, ...

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

## Bibliografía y otros recursos

### Básica

1. BUTCHER, J.C.: The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons, 1987.

2. GUELFOND, A.O.: Calcul des différences finies. Dunod. Paris, 1963.

3. ISAACSON, E.; KELLER, H.B.: Analysis of Numerical Methods. John Wiley & Sons. New York, 1966.

4. JOHNSON, L.W.; RIESS, R.D.: Numerical Analysis. Addison-Wesley, 1982.

5. KINCAID, D.; CHENEY, W.: Análisis Numérico. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.

6. KINCAID, D.; CHENEY, W.: Numerical Mathematics and Computing. Thomson, 2008.

7. STOER, J.; BULIRSCH, R.: Introduction to Numerical Analysis. Springer-Verlag. New York, 1980.

### Complementaria

8. AMES, W.F.: Numerical methods for partial differential equations. Academic Press, New York, 1977.

9. BLUM, E.K.: Numerical analysis and computation theory and practice. Addison-Wesley, 1972.

10. HENRICI, P.: Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons. New York, 1962.

11. ORTEGA, J.M.; POOLE , W.G.: An Introduction to Numerical Methods for Differential Equations. Pitman, 1981.

12. RAPPAZ, J.; PICASSO, M.: Introduction à l'Analyse Numérique. Presses polytechniques et universitaires romandes, 1998.

**Son especialmente recomendables los libros 3, 5 y 6.**

| Tutorías (primer cuatrimestre) | | |
|---|---|---|
| | Horario | Lugar |
| Lunes | 13 a 14 | Despacho C-26 del Dpto. de Matemáticas |
| Martes | 13 a 14 | “ |
| Miércoles | 13 a 14 | “ |
| Jueves | 12 a 14 | “ |
| Viernes | 13 a 14 | “ |

| Tutorías (segundo cuatrimestre) | | |
|---|---|---|
| | Horario | Lugar |
| Lunes | 13 a 14 | Despacho C-26 del Dpto. de Matemáticas |
| Martes | 13 a 14 | “ |
| Miércoles | 13 a 14 | “ |
| Jueves | 12 a 14 | “ |
| Viernes | 13 a 14 | “ |