

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

Curso académico 2011-2012

Identificación y características de la asignatura				
Denominación	Estadística Matemática		Código	108763
Créditos (T+P)	9 (6T+3P)			
Titulación	Licenciatura en Matemáticas			
Centro	Facultad de Ciencias			
Curso	4º	Temporalidad	2º semestre	
Carácter	Optativa			
Descriptor (BOE)	Estadística paramétrica			
Profesor/es	Nombre	Despacho	Correo-e	Página web
	Agustín García Nogales	B15, Edif. Matemáticas	nogales@unex.es	http://kolmogorov.unex.es/~nogales
Área de conocimiento	Estadística e Investigación Operativa			
Departamento	Matemáticas			
Profesor coordinador (si hay más de uno)	El mismo			

Objetivos y/o competencias

Objetivos:

Esta asignatura pretende plantear de modo matemáticamente riguroso los dos grandes problemas de la Inferencia Estadística: Estimación (tanto puntual como conjuntista) y Contraste de Hipótesis. El estudiante aprenderá a proponer modelos estadísticos matemáticamente adecuados para el análisis estadístico de diverso tipo de datos, y podrá verificar de qué modo se consideran buenos los métodos estadísticos que realmente se usan en Estadística Aplicada (comparación de dos o más poblaciones y relación entre variables, en particular).

Competencias:

- Diseñar modelos estadísticos para el análisis de datos.
- Interpretar matemáticamente el concepto de distribución de probabilidad de una variable aleatoria, en general, y a distinguir las distribuciones normal, uniforme discreta y continua, y binomial.
- Comprender conceptos básicos de estadística matemática avanzada, como son los de suficiencia, completitud, libertad e información (Fisher).
- Comprender los principales conceptos de la inferencia estadística básica: estimador, intervalo de confianza, test de hipótesis bilaterales y unilaterales, p-valor.
- Justificar matemáticamente el uso de estimadores puntuales y contrastes de hipótesis en problemas de Estadística Aplicada de indudable interés práctico y que están implementados en paquetes estadísticos habituales, mediante los teoremas de Lehmann-Scheffé, Neyman-Pearson, Karlin-Lehmann-Rubin, y el uso del principio de invarianza en Modelos Lineales Normales.
- Construir intervalos de confianza para una función del parámetro, en general, y para algunos parámetros de interés aplicado, en particular.
- Realizar un muestreo aleatorio simple en diferentes tipos de poblaciones (poblaciones finitas, poblaciones normales, generación de números aleatorios en intervalos), asimilar a un nivel avanzado el concepto de independencia y su importancia en estadística.
- Resolver problemas de inferencia estadística (estimación puntual y por intervalos, y contraste de hipótesis) para la media y varianza de una población normal y para una proporción.
- Resolver problemas de inferencia estadística sobre la comparación de las medias de dos poblaciones normales y la comparación de dos proporciones, tanto en el caso de muestras independientes como en el de muestras relacionadas.
- Distinguir entre inferencia paramétrica e inferencia no paramétrica.
- Distinguir entre Inferencia Bayesiana e Inferencia Frecuentista.

Temas y contenidos

(especificar prácticas, teoría y seminarios, y actividades en general, en su caso)

Lección 0. Preliminares

- 0.1. Integración.
- 0.2. Teoremas de la medida imagen, de Fubini y de Radon-Nikodym.
- 0.3. Independencia.
- 0.4. Esperanza condicional. Desigualdad de Jensen.
- 0.5. Problemas de la lección 0.

Lección 1. Estructuras Estadísticas y Estadísticos

- 1.1. Definiciones.
- 1.2. Inferencia paramétrica y no paramétrica.
- 1.3. Muestras. Momentos muestrales. Función de distribución empírica.
- 1.4. Teorema de Glivenko-Cantelli.
- 1.5. Estadísticos. Estructura imagen de un estadístico.
- 1.6. Estructuras dominadas.
- 1.7. Estructuras producto.
- 1.8. Problemas de la lección 1.

Lección 2. Suficiencia, Completitud y Libertad

- 2.1. Sigma-álgebras y estadísticos suficientes.
- 2.2. Teorema de factorización de Neyman-Halmos-Savage.
- 2.3. Completitud.
- 2.4. Sigma-álgebras y estadísticos libres.
- 2.5. Problemas de la lección 2.

Lección 3. Teoría de la Decisión Estadística

- 3.1. Problema de decisión.
- 3.2. Estrategias.
- 3.3. Función de pérdida.
- 3.4. Riesgo.
- 3.5. Familia completa de estrategias.
- 3.6. Un planteamiento alternativo: el principio minimax.
- 3.7. Problemas de la lección 3.

Lección 4. El Problema de Estimación Puntual

- 4.1. El problema de estimación puntual como un problema de decisión.
- 4.2. Necesidad de alguna restricción de imparcialidad en la resolución del problema.
- 4.3. Función de verosimilitud. Estimador de máxima verosimilitud.
- 4.4. Propiedades asintóticas de estimadores: consistencia.
- 4.5. Método de los momentos.
- 4.6. Problemas de la lección 4.

Lección 5. Estimadores Insesgados de Mínima Varianza

- 5.1. Definiciones.
- 5.2. Teoremas de Rao-Blackwell y Lehmann-Scheffé.
- 5.3. Estructura exponenciales.
- 5.4. Estadístico suficiente para un estructura exponencial.
- 5.5. Condición suficiente para la completitud de ese estadístico suficiente.
- 5.6. Estimación puntual en estructura exponenciales.
- 5.7. Estimación de los parámetros de una distribución normal y de una proporción.
- 5.8. Problemas de la lección 5.

Lección 6. Estimación bajo el Punto de Vista Bayesiano

- 6.1. Inferencia bayesiana: distribuciones a priori y a posteriori.
- 6.2. El problema de estimación puntual bajo el punto de vista bayesiano. Riesgo de Bayes.
- 6.3. Estimador de Bayes.
- 6.4. Problemas de la lección 6.

Lección 7. Estimación Conjuntista

- 7.1. Conjuntos de confianza.
- 7.2. Método de la cantidad pivote para construir conjuntos de confianza.
- 7.3. El problema de estimación conjuntista bajo el punto de vista bayesiano: regiones verosímiles.

<p>7.4. Problemas de la lección 7.</p> <p><u>Lección 8. El Problema de Test de Hipótesis</u></p> <p>8.1. Definiciones básicas.</p> <p>8.2. El problema de test de hipótesis como un problema de decisión.</p> <p>8.3. Errores de tipo I y tipo II.</p> <p>8.4. Potencia de un test.</p> <p>8.5. La noción de suficiencia en test de hipótesis.</p> <p>8.6. Test de la razón de verosimilitudes.</p> <p>8.7. Problemas de la lección 8.</p> <p><u>Lección 9. Tests UMP</u></p> <p>9.1. Definiciones.</p> <p>9.2. Lema de Neyman-Pearson: contrastar un hipótesis simple contra una alternativa simple.</p> <p>9.3. Estructuras con razón de verosimilitud monótona: tests unilaterales cuando el único parámetro desconocido es real.</p> <p>9.4. Teorema de Karlin-Lehmann-Rubin.</p> <p>9.5. Problemas de la lección 9.</p> <p><u>Lección 10. Tests Invariantes</u></p> <p>10.1. Problema de test de hipótesis invariante bajo la acción de un grupo de transformaciones.</p> <p>10.2. Tests invariantes.</p> <p>10.3. Invariantes maximales en el espacio de las observaciones y en el espacio de los parámetros.</p> <p>10.4. Algunos problemas de test de hipótesis sobre los parámetros de una distribución normal.</p> <p>10.5. Problemas de la lección 10.</p> <p><u>Lección 11. El Modelo Lineal Normal</u></p> <p>11.1. Definiciones.</p> <p>11.2. Contraste de hipótesis lineales en el modelo lineal: paso a la forma canónica y reducciones por suficiencia e invarianza.</p> <p>11.3. Descripción del test F UMP invariante.</p> <p>11.4. Aplicaciones: contraste de conformidad sobre la media de una distribución normal, comparación de dos medias bajo la suposición de normalidad, análisis de la varianza y regresión lineal simple.</p> <p>11.5. Problemas de la lección 11.</p> <p><u>Trabajo:</u> Defensa oral y pública durante 30 minutos/alumno del trabajo propuesto; previamente el trabajo habrá sido presentado por escrito al profesor.</p>
--

Criterios de evaluación
<p>La evaluación de la asignatura se llevará a cabo mediante la realización de un examen y un trabajo que el alumno defenderá en clase durante 30 minutos. El examen consta de 3 partes: La primera parte consiste en el enunciado y demostración de un resultado teórico previamente explicado en clase. La segunda parte consistirá en la resolución de dos o tres ejercicios similares a los que se han propuesto al alumno en clases de problemas. La tercera parte consistirá en la resolución de un problema de Estadística Matemática. Todos los ejercicios (cuatro o cinco) de que consta el examen recibirán la misma puntuación.</p> <p>La calificación final será una media ponderada de las calificaciones obtenidas en el examen (con un peso del 80%) y del trabajo (con un peso del 20%).</p>

Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> - Ash, R.B., Doléans-Dade, C. (2000) Real Analysis and Probability, Elsevier. - Barra, R. (1970) Notions Fondamentales de Statistique Mathematique, Dunod. - Billingsley, P. (1986) Measure and Probability, Wiley. - Dacunha-Castelle, D. y M. Duflo (1982) Probabilités et Statistique, Masson. - García Nogales, A. (1998) Estadística Matemática, Servicio de Publicaciones Uex. - Lehmann, E.L. (2005) Testing Statistical Hypotheses, Springer.

- Lehmann, E.L., Casella, G. (1998) Theory of Point Estimation, Springer.

Tutorías

Tutorías de Libre Acceso:

Agustín García Nogales:

(Primer Semestre) Miércoles de 10:30 a 13:30 en la Cátedra de Bioestadística de la Facultad de Medicina (Primera planta del Edificio Principal), Lunes y Jueves de 11:30 a 13:30 en el despacho B15 del Edificio de Matemáticas en la Facultad de Ciencias.

(Segundo semestre) De Lunes a Miércoles de 10 a 11 en el despacho B15 del Edificio de Matemáticas en la Facultad de Ciencias y de 13 a 14 horas en la Cátedra de Bioestadística de la Facultad de Medicina (Primera planta del Edificio Principal).

Observaciones

- El material docente de la asignatura (hojas de problemas para trabajar en casa) está a disposición del alumno tanto en la página web de la asignatura como en reprografía.
- Se recomienda al alumno que lleve la asignatura al día pues, por la naturaleza de sus contenidos, se considera poco probable que se pueda aprobar estudiando exclusivamente los días previos al examen.
- Se recomienda al alumno que trabaje las amplias relaciones de problemas que se les facilitan, unos individualmente, otros en grupo, y que consulten en tutorías –se facilitan al alumno teléfonos y e-mail del profesor para concertar tutorías incluso fuera del horario previsto para ellas- aquellos que no consiguen resolver.
- Se propondrá al alumno un trabajo sobre un tema de Probabilidad y/o Estadística que deberá presentar por escrito al profesor y presentar públicamente en clase de forma resumida en media hora, sometiéndose a las preguntas que le puedan hacer tanto el profesor como sus propios compañeros.