

**PROGRAMA DE LA ASIGNATURA**  
**Curso académico 2011-12**

<b>Identificación y características de la asignatura</b>				
Denominación	Procesos Estocásticos		Código	
Créditos (T+P)	4.5+3			
Titulación	Matemáticas			
Centro	Facultad de Ciencias			
Curso	Quinto	Temporalidad	1º Cuatrimestre	
Carácter	Optativa			
Descriptores (BOE)				
Profesor/es	Nombre	Despacho	Correo-e	Página web
	Paloma Pérez Fernández	B17	paloma@unex.es	<a href="http://kolmogorov.unex.es/~paloma/">http://kolmogorov.unex.es/~paloma/</a>
Área de conocimiento	Estadística e Investigación Operativa			
Departamento	Matemáticas			
Profesor coordinador (si hay más de uno)				

**Objetivos y/o competencias**

- Conocer y comprender el concepto de procesos estocástico y su caracterización a través de sus distribuciones finito-dimensionales
- Conocer y comprender las cadenas de Markov a tiempo discreto
- Conocer y comprender la teoría de Martingalas así como su aplicación al estudio de Procesos de Ramificación.

**Temas y contenidos**

(especificar prácticas, teoría y seminarios, en su caso)

**TEMARIO \*****I.1. Martingalas a Tiempo Discreto**

Definiciones y primeros resultados. Teorema de Halmos. Teorema de Doob. Teorema de convergencia de submartingalas.

**I.2. Integrabilidad Uniforme y Teoría de Martingalas**

Integrabilidad uniforme. Extensión del lema de Fatou y del teorema de la convergencia dominada bajo la hipótesis de integrabilidad uniforme. Caracterización de integrabilidad uniforme. Convergencia c.s., convergencia en medida y convergencia en  $L^p$  en el caso uniformemente integrable. Teoremas de Lévy de convergencia de martingalas y martingalas inversas. Convergencia c.s. y en  $L^1$  de submartingalas uniformemente integrables. Caracterización de martingalas uniformemente integrables.

**I.3. Aplicaciones de la Teoría de Martingalas**

Ley cero-uno de Kolmogorov. Aplicación del teorema de convergencia de martingalas en la mejora de la ley fuerte de los grandes números.

**II.4. Introducción a la Teoría de Procesos Estocásticos**

Proceso estocástico: definición. Distribuciones finito-dimensionales de un proceso. Teorema de extensión de Kolmogorov. Procesos equivalentes y modificación de un proceso.

**II.5. Cadenas de Markov con Probabilidades de Transición Estacionarias**

Procesos y cadenas de Markov: primeras definiciones y ejemplos. Existencia de una cadena de Markov con una distribución inicial y una matriz de transición dadas. Probabilidades de transición en  $n$  pasos. Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov. Ejemplos.

**II.6. Clasificación de los Estados**

Comunicación entre estados: división en clases del conjunto de estados. Estados esenciales. Periodo de un estado. Subclases de una clase. Conjunto cerrado y conjunto minimal cerrado: caracterización de clase esencial.

**II.7. Recurrencia**

Probabilidades de primera llegada a un estado  $j$  en un instante  $n$ . Recurrencia y transitoriedad. El carácter recurrente y el carácter esencial. Caracterización de recurrencia.

### **II.8. El Teorema Límite Fundamental**

Tiempo medio de recurrencia de un estado. Comportamiento límite de las probabilidades de transición de orden  $n$ . El teorema límite fundamental: consecuencias. Estados recurrentes positivos y estados recurrentes nulos.

### **II.9. Distribuciones Estacionarias**

Existencia y unicidad de solución para el sistema determinante de una clase esencial. Cadenas de Markov estacionarias: caracterización. Distribución estacionaria absoluta.

### **II.10. Procesos de Ramificación**

Un tipo especial de cadenas de Markov: los procesos de ramificación. Dos martingalas construidas a partir de un proceso de ramificación. Comportamiento límite de un proceso de ramificación en función del número medio de descendientes por individuo.

### **METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES**

Los contenidos de esta asignatura se desarrollarán en clases de teoría y de problemas. La exposición verbal por parte del profesor, haciendo uso de la pizarra, será la principal actividad para el desarrollo de los contenidos teóricos de la asignatura. Esta será apoyada por la proyección de presentaciones informáticas. En las presentaciones, que serán puestas a disposición del alumno con anterioridad a la explicación de las mismas (en la página web de la asignatura), se expondrán resúmenes de los temas con las principales resultados pero sin un desarrollo en profundidad de las mismas.

Como elemento de apoyo para la comprensión de los conceptos teóricos se proporcionarán y resolverán en clases de problemas relaciones de problemas o cuestiones teórico-prácticas.

### **RECOMENDACIONES PARA EL ESTUDIO**

- Asistencia continuada tanto a las clases de teoría como a las de problemas.
- Estudio continuado de los contenidos teóricos desarrollados en el programa de la asignatura a lo largo del curso.
- Consulta de la bibliografía y demás recursos recomendados.
- Asistencia a tutorías.
- Realización de los problemas prácticos solicitados durante el curso.

### Criterios de evaluación

La evaluación de la asignatura se llevará a cabo mediante un examen escrito en el cual el alumno demostrará los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la asignatura. El examen constará de varias preguntas teóricas y prácticas que puntuarán, todas ellas, de 0 a 3 sumando entre todas las puntuaciones 10 puntos. La nota total del examen será la suma de las puntuaciones de cada una de las preguntas.  
La parte teórica puede ser reemplazada por la exposición y defensa de un trabajo

### Bibliografía

- \* R.B. Ash, Real Analysis and Probability, Academic Press, 1972.
- \* R.B. Ash, M.F. Gardner: Topics in Stochastic Processes, Academic Press, 1975.
- \* P. Billingsley, Measure and Probability, Wiley, 1986.
- \* K.L. Chung, Markov Chains with Stationary Transition Probabilities, Springer-Verlag, 1967.
- \* D. Dacunha-Castelle, M. Duflo, Probabilités et Statistique, Masson, 1982.
- \* Dellacherie, P.A. Meyer, Probabilities and potential, North-Holland, 1978.

### Tutorías

Prof. P. Pérez	Horario	Lugar
<b>Primer Cuatrimestre</b>		
Lunes	De 10:00 a 12:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
Miércoles	De 10:00 a 12:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
Viernes	De 10:00 a 12:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
<b>Segundo Cuatrimestre</b>		
Martes	De 09:30 a 11:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
Miércoles	De 09:30 a 11:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
Jueves	De 09:30 a 11:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas
Viernes	De 09:30 a 11:00 horas	Despacho B17 Edificio de Matemáticas