

### SELECTIVIDAD 2.013

Esta es una selección de cuestiones propuestas en las otras comunidades autónomas en la convocatoria de Junio del 2.013. En aquellas comunidades que no se indica nada, el formato de examen es similar al que se propone en la UEX, 4 cuestiones una de cada uno de los cuatro bloques: Cálculo diferencial, cálculo integral, álgebra lineal y geometría del espacio tridimensional.

#### ANDALUCÍA

1.- Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x + b \operatorname{sen} x}{x^3}$  es finito, calcula b y el valor del límite.

2.- Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Comprueba que  $A^2 = 2I$  y calcula  $A^{-1}$

b) Calcula  $A^{2.013}$  y su inversa.

#### ARAGÓN

1.- a) Determine la función  $f(x)$  cuya derivada es  $f'(x) = 2xe^{5x}$  y que verifique que  $f(0) = 2$ .

b) Calcule:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{3-x} \right)^{\frac{1}{(2-x)^2}}$

2.- Dadas las rectas:  $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$  y  $s \equiv \begin{cases} x = -\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$

a) Determine su posición relativa.

b) Calcule la distancia del punto  $P(2,3,1)$  a la recta "s".

#### ASTURIAS

1.- Sea la función  $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  definida por:  $f(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{Si } x \leq -1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{Si } x > -1 \end{cases}$

a) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f.

b) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y la recta  $x=2$ .

2.- Se consideran los puntos del espacio  $A(1,-1,1)$  y  $B(2,2,2)$ .

a) Halle el punto medio de A y B.

b) Dé la ecuación del plano respecto al cual A y B son puntos simétricos.

## CANTABRIA

(Cada opción consta de 3 preguntas)

1.- a) De entre todos los rectángulos de perímetro 16 cm, determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.

b) Calcula el valor de  $a \in \mathfrak{R}$ ,  $a > 0$ , para que el área encerrada por la parábola  $y=x^2$  y la recta  $y=a$  sea igual a  $4/3$  unidades de superficie.

2.- a) Considera la siguiente matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , determina la matriz B que verifica  $A+B=A \cdot B$ .

b) Sea M una matriz cuadrada tal que  $\det M = -1$  y  $\det(-2M) = 8$ . Calcula el tamaño de la matriz M.

## CASTILLA - LA MANCHA

1.- a) Encuentra dos matrices A y B, cuadradas de orden 2 que cumplan:

- Su suma es la matriz identidad de orden 2.

- Al restar a la matriz A la matriz B se obtiene la traspuesta de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

b) Si M es una matriz cuadrada de orden 2 tal que  $|M| = 7$ , razona cuál es el valor de los determinantes  $|M^2|$  y  $|2M|$ .

2.- Calcula las siguientes integrales: a)  $\int \frac{2\operatorname{sen}x \cos x}{1 + \operatorname{sen}^2 x} dx$     b)  $\int \frac{x^2 + x - 4}{x^3 - 4x} dx$

## CASTILLA Y LEÓN

1.- Sea la función  $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + bx & \text{Si } 0 \leq x \leq 1 \\ \operatorname{cln}x & \text{Si } 1 < x \end{cases}$ . Hallar a b y c sabiendo que f(x) es continua en

$(0, +\infty)$ , la recta tangente en el punto de abscisa  $x=1/16$  es paralela a la recta  $y=-4x+3$  y se cumple que  $\int_1^e f(x) dx = 2$

2.- Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a) Calcular cuando sea posible las matrices  $C \cdot B^t$ ;  $B^t \cdot C$ ;  $B \cdot C$

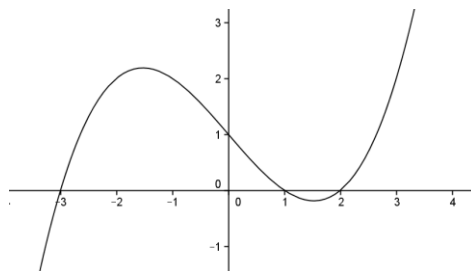
b) Hallar "a" para que el sistema  $x \cdot A + y \cdot B = 4 \cdot C$  de tres ecuaciones con dos incógnitas, sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de "a".

## CATALUÑA

(Proponen seis cuestiones de las que deben elegir cinco)

- 1.- Sabemos que el vector  $(2,1,-1)$  es solución del sistema 
$$\left. \begin{array}{l} ax + by + cz = a + c \\ bx - y + bz = a - b - c \\ cx - by + 2z = b \end{array} \right\} \text{ calcule el valor de los parámetros } a, b \text{ y } c.$$

- 2.- La función  $f(x)$  es derivable y pasa por el origen de coordenadas. La gráfica de la función derivada es la que puede ver aquí dibujada, siendo  $f'(x)$  creciente en los intervalos  $(-\infty, -3]$  y  $[2, +\infty)$



- a) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x=0$ .
- b) Indique las abscisas de los extremos relativos de la función  $f(x)$  y clasifique estos extremos.

## COMUNIDAD VALENCIANA

(Proponen tres cuestiones en cada opción)

- 1.- Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria  $T$  es  $y^2=2x+9$ , siendo  $-4,5 \leq x \leq 8$  e  $y \geq 0$ , estando situado el Sol en el punto  $(0,0)$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La distancia del meteorito al Sol desde un punto  $P$  de su trayectoria cuya abscisa es  $x$ .
- b) El punto  $P$  de la trayectoria donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol.
- c) Distancia mínima del meteorito al Sol.

Nota: En los tres resultados solo se dará la expresión algebraica o el valor numérico obtenido, sin mencionar la unidad de medida por no haber sido indicada en el enunciado.

- 2.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , obtener razonadamente el

valor de los determinantes siguientes, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

$$a) |A + B| y \left| \frac{1}{2}(A + B)^{-1} \right|$$

$$b) |(A + B)^{-1} \cdot A| y |A^{-1} \cdot (A + B)|$$

$$c) |2ABA^{-1}| y |A^3 B^{-1}|$$

### GALICIA

1.- a) Enuncia el teorema de Bolzano. ¿Tiene la ecuación  $x^3+2x-2=0$  alguna solución en el intervalo  $(0,1)$ ? ¿Tiene esta ecuación más de una solución real?

b) Calcula los valores de a y b para que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{\text{sen}(x^2)} = 1$

2.- a) Enuncia el teorema de Rolle. Determina el valor de a para que sea aplicable el teorema de rolle a la función  $f(x)=x^3+ax-1$  en el intervalo  $[0,1]$ . Para este valor de a, calcula un punto  $c \in (0,1)$  en el que la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  sea paralela al eje OX.

b) Calcula  $\int \frac{x^3 + x}{x^2 - x} dx$

### BALEARES

1.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{\text{sen}x}{\frac{1}{2} + \cos x}$

a) Verifica que  $f(0)=f(\pi)=0$

b) Comprueba que la ecuación  $f'(x)=0$  no tiene ninguna solución en el intervalo  $(0,\pi)$ .

c) Explica por qué no se puede aplicar el teorema de Rolle en este caso.

2.- a) Discute para qué valores de a y b el sistema siguiente es incompatible:

$$\begin{cases} ax + (2a + 1)y - az = 1 \\ ax + y - az = -2b \\ ay + (1 - a)z = b \end{cases}$$

b) Resuélvelo en el caso (o casos) en que sea compatible indeterminado.

### CANARIAS

1.- Determinar los valores de a y b para que la función  $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{Si } x \leq 0 \\ 2a + b \operatorname{sen} x & \text{Si } 0 < x \end{cases}$

Sea derivable.

2.- Calcular las matrices A y B tales que:  $5A + 3B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}$   $3A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$

### LA RIOJA

**(Se proponen 5 cuestiones en cada opción, se repiten 1,2 y 3 en las dos opciones. Se califican con 1,1,2,3 y 3)**

1.- Dibuja dos vectores y el vector diferencia de ambos. Calcula el ángulo que forman dos vectores distintos  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  que tienen el mismo módulo que el vector diferencia de ambos  $\vec{u} - \vec{v}$ . (Puede serte útil el dibujo previo). **Calificada con un punto**

2.- Encuentra un valor de  $a \neq 0$  para que las rectas:

$$\begin{cases} x + y - 5z = -3 \\ -2x + z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad x + 1 = \frac{y - 3}{a} = \frac{z}{2}$$

Sean paralelas. Para el valor de a que has encontrado, calcula la ecuación del plano que contiene a ambas rectas. **Calificada con tres puntos**

### MADRID

1.- Dados el punto  $P(-1,0,2)$  y las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 \end{cases}$$

- Determinar la posición relativa de las rectas r y s.
- Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s.
- Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

2.- Calcular las siguientes integrales: a)  $\int \frac{x-3}{x^2+9} dx$  b)  $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$

### MURCIA

1.- Tres vértices consecutivos de un paralelogramo son A(1,3,-4), B(2,6,7) y C(5,-1,2)



a) Calcule el área del paralelogramo.

b) Determine el cuarto vértice D.

2.- Considere la función dada por  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-e^x} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

a) Demuestre que la función es continua en todo  $\mathbb{R}$ .

b) Determine si la función es derivable en  $x=0$  y, en caso afirmativo, calcule  $f'(0)$ .

### NAVARRA

1.- Dada la función  $f(x) = xe^{\cos(\frac{\pi}{2}x)}$  demuestra que existe un valor  $\alpha \in (1,3)$  tal que  $f'(\alpha)=2$ . Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

2.- Los puntos P(2,-2,1), Q(-1,-2,1) y R(3,0,3) son tres vértices de un rombo. Encuentra la ecuación continua de la recta que pasa por el centro del rombo y es perpendicular al plano que contiene al rombo.

### PAIS VASCO

**( proponen 5 cuestiones en cada opción una de ellas, la 5, es de problemas de aritmética )**

1.- La parábola  $y=(1/2)x^2$  divide al rectángulo de vértices (0,0), (4,0), (4,2) y (0,2) en dos recintos. Calcular el área de cada uno de los recintos.

2.- Sea A(2,1,0) y  $\pi$  el plano de ecuación  $2x+3y+4z=0$ .

a) Hallar el punto de  $\pi$  de mínima distancia al punto A y hallar dicha distancia.

b) Encontrar el punto B simétrico de A respecto del plano  $\pi$ .