

## JUNIO 2011

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

### OPCIÓN A

**1.- (a)** (1 punto) Enuncie el Teorema de Rolle.

**(b)** (1'5 puntos) Pruebe que cualquiera que sea la constante  $a$  la función  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + a$  cumple las hipótesis de dicho teorema en el intervalo  $[1, 3]$ . Calcule un punto del intervalo abierto  $(1, 3)$  cuya existencia asegure el Teorema de Rolle.

**2.- (a)** (1'5 puntos) Represente, de forma aproximada, la figura plana limitada por la curva  $y = -2(x - 1)^3$ , su recta tangente en el punto  $(1, 0)$  y la recta  $x = 0$ . (Puede ser útil calcular los cortes de la curva  $y = -2(x - 1)^3$  con los ejes coordenados.)

**(b)** (1 punto) Calcule el área de dicha figura plana.

**3.-** Calcule las matrices de la forma  $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 0 \end{pmatrix}$  que cumplen la ecuación

$$X \cdot X^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

donde  $X^t$  es la matriz traspuesta de  $X$ .

**4.- (a)** (1'5 puntos) Estudie, en función de los parámetros  $a$  y  $b$ , la posición relativa de la recta  $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  y el plano  $\Pi \equiv x + y + az = b$ .

**(b)** (1 punto) Para cada una de las posiciones obtenidas, diga cómo es el sistema formado por las tres ecuaciones

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y + az = b.$$

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

## OPCIÓN B

**1.- (a)** (1 punto) Enuncie el Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral.  
**(b)** (1'5 puntos) Calcule el punto al que se refiere dicho teorema para la función  $f(x) = e^x + 1$  en el intervalo  $[0, 1]$ .

**2.- (a)** (2 punto) Estudie las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función  $f(x) = xe^{-x}$ .

**(b)** (0'5 puntos) Represente, utilizando los datos obtenidos en el apartado anterior, la gráfica de la función  $f(x) = xe^{-x}$ .

**3.-** Discuta, en función del parámetro  $a$ , el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} -x & + & 2y & & + & z & = & a \\ x & + & (a-1)y & + & az & = & 0 \\ ax & + & 2y & & + & z & = & -1 \end{array} \right\}$$

(no es necesario resolverlo en ningún caso).

**4.-** Considere las rectas  $r : \begin{cases} x + y = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$  y  $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ .

**(a)** (2 puntos) Determine el plano  $\Pi$  que contiene a la recta  $r$  y corta perpendicularmente a la recta  $s$ .

**(b)** (0'5 punto) Calcule el punto donde se cortan el plano  $\Pi$  y la recta  $s$ .

## CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la resolución correcta del mismo.

La presentación clara y ordenada del ejercicio y el uso correcto de la notación se valorarán positivamente.

No se descartará ningún método que conduzca a la resolución de un ejercicio, si bien no todos deben valorarse por igual.

En los ejercicios de naturaleza práctica se concederá especial importancia al planteamiento correcto del problema, cuyo peso en el total de la nota nunca será inferior al 30%.

Las respuestas correctas pero sin justificación (o una comprobación en un caso simple, ...), cuando explícita o implícitamente se exija una justificación razonada, se calificarán a lo sumo con el 40% de la puntuación máxima que corresponda.

Los errores de cálculo tendrán mayor o menor importancia según se deban a deficiencias conceptuales o a fallos mecánicos.

Se valorará positivamente la coherencia, de modo que si un alumno arrastra un error sin entrar en contradicciones, este error no se tendrá en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.

Si un alumno realiza ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción del primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### OPCIÓN A

**1.- (a):** 1 punto por el enunciado. **(b)** (1'5 puntos): 0'5 puntos por la comprobación de las hipótesis y 1 punto por la determinación del punto pedido (0'5 puntos el cálculo de la derivada,  $f'(x) = 3x^2 - 10x + 7$ , y 0'5 puntos el cálculo del punto  $x = 7/3$ ).

**2.- (a)** (1'5 puntos): 0'5 puntos por el cálculo de la recta tangente ( $y = 0$ ), y 1 punto por la representación de la figura plana pedida. **(b)** (1 punto): 0'5 puntos por el planteamiento de la integral para calcular el área ( $A = \int_0^1 -2(x-1)^3 dx$ ), y 0'5 puntos por el cálculo del área ( $A = 1/2$ ).

**3.-** (2'5 puntos): 1 punto por cualquier planteamiento correcto, y 1'5 puntos por la resolución ( $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ó  $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ).

**4.- (a)** (1'5 puntos): 0'75 puntos por un planteamiento correcto y 0'75 puntos por la resolución (si  $a \neq 0$ , entonces  $\pi$  y  $r$  se cortan en un único punto; cuando  $a = 0$  y  $b = 0$  tenemos que  $r$  está contenida en  $\pi$ ; si  $a = 0$  y  $b \neq 0$ , entonces  $r$  y  $\pi$  son paralelos). **(b):** 1 punto (si  $a \neq 0$  el sistema es compatible determinado; si  $a = 0$  y  $b = 0$  el sistema es compatible indeterminado; si  $a = 0$  y  $b \neq 0$  el sistema es incompatible.)

### OPCIÓN B

**1.- (a):** 1 punto por el enunciado. **(b)** (1'5 puntos): 0'5 puntos por el cálculo de una primitiva de  $f(x)$  ( $F(x) = e^x + x + C$ ), 0'5 puntos por el cálculo de la integral definida ( $F(1) - F(0) = e$ ), y 0'5 puntos por el cálculo del punto  $c \in (0, 1)$  tal que  $f(c) \cdot (1 - 0) = e$  ( $c = \ln(e - 1)$ ).

**2.- (a)** (2 puntos): 1 punto por el estudio de las asíntotas (hay sólo una,  $y = 0$  es asíntota horizontal en  $+\infty$ ); 0'5 puntos por el estudio de los extremos relativos (sólo hay un máximo en  $x = 1$ ); 0'5 puntos por el estudio de los puntos de inflexión (sólo hay uno en  $x = 2$ ). **(b):** 0'5 puntos.

**3.-** (2'5 puntos): 1 punto por el cálculo del determinante de la matriz  $A$  de coeficientes del sistema y de los valores del parámetro que lo anulan ( $|A| = (a + 1)^2$ ), 0'5 puntos por la discusión del caso  $a \neq -1$ , y 1 punto por la discusión del caso  $a = -1$  (el rango de  $A$  es 1 y el rango de la ampliada es 2).

**4.- (a)** (2 puntos): 1 punto por un planteamiento correcto y 1 punto por la resolución ( $\Pi \equiv y + z = -1$ ). **(b):** 0'5 puntos (el punto pedido es  $(1, -1/2, -1/2)$ ).