Septiembre 2011

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2’5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- **(a)** (1’25 puntos) Diga, razonadamente, si la tercera columna de la matriz A siguiente es combinación lineal de las dos primeras columnas:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(b) (1’25 puntos) Calcule el rango de la matriz A.

2.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0, 0)$ y $B = (1, -1, 0)$, y sea s la recta que pasa por los puntos $C = (0, 1, 1)$ y $D = (1, 0, -1)$.
(a) (1’5 puntos) Calcule el plano Π que contiene a s y es paralelo a r.
(b) (1 punto) Calcule la distancia entra las rectas r y s.

3.- Determine valores de los parámetros a y b para que la función $f(x) = a\,\cos^2 x + b\,x^3 + x^2$ tenga un punto de inflexión en $x = 0$.

4.- Calcule, utilizando la fórmula de integración por partes, una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = x^2 \cdot \ln x^2$ que cumpla $F(1) = 0$.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- Discuta, en función del parámetro b, el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} & & y & + & bz & = & 1+b \\ x & & & + & z & = & 3-b \\ bx & - & by & & & = & 1-b \end{array}\right\}$$

(no es necesario resolverlo en ningún caso).

2.- **(a)** (0'75 puntos) Calcule las ecuaciones implícitas de la recta r que pasa por los puntos $A=(1,0,0)$ y $B=(-1,0,-1)$.

(b) (1'75 puntos) De todos los planos que contienen a la recta r, obtenga uno cuya distancia al punto $C=(0,-1,0)$ sea igual a 1.

3.- Calcule el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{\operatorname{sen}^2 x}.$$

4.- **(a)** (1'25 puntos) Represente, de forma aproximada, la gráfica de la función $f(x) = xe^{x^2-1}$. Señale el recinto plano limitado por dicha gráfica, el eje OX, la recta $x=-1$ y la recta $x=1$.

(b) (1'25 puntos) Calcule el área del recinto del apartado anterior.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la resolución correcta del mismo.

La presentación clara y ordenada del ejercicio y el uso correcto de la notación se valorarán positivamente.

No se descartará ningún método que conduzca a la resolución de un ejercicio, si bien no todos deben valorarse por igual.

En los ejercicios de naturaleza práctica se concederá especial importancia al planteamiento correcto del problema, cuyo peso en el total de la nota nunca será inferior al 30%.

Las respuestas correctas pero sin justificación (o una comprobación en un caso simple, ...), cuando explícita o implícitamente se exija una justificación razonada, se calificarán a lo sumo con el 40% de la puntuación máxima que corresponda.

Los errores de cálculo tendrán mayor o menor importancia según se deban a deficiencias conceptuales o a fallos mecánicos.

Se valorará positivamente la coherencia, de modo que si un alumno arrastra un error sin entrar en contradicciones, este error no se tendrá en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.

Si un alumno realiza ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción del primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1.- (a) (1'25 puntos) : la tercera columna SÍ es combinación lineal de las dos primeras. **(b)** (1'25 puntos) : el rango de A es 3 porque tiene menores de orden 3 que no se anulan.

2.- (a) (1'5 puntos) : 0'75 puntos por cualquier planteamiento correcto, y 0'75 puntos por obtener la solución correcta $\big($la ecuación de Π es $2x + z = 1\big)$. **(b)** (1 punto) : 0'5 puntos por un planteamiento correcto, y 0'5 puntos por la solución correcta $\big($la distancia entre r y s es $1/\sqrt{5}\big)$.

3.- (2'5 puntos) : 1 punto por exponer que las condiciones $f''(0) = 0$ y $f'''(0) \neq 0$ son suficientes para que $f(x)$ tenga inflexión en $x = 0$; 1 punto por hacer correctamente las derivadas $f'(x)$, $f''(x)$ y $f'''(x)$; 0'5 puntos por concluir que si $a = 1$ y $b \neq 0$ entonces f tiene un punto de inflexión en $x = 0$.

4.- (2'5 puntos) : 0'75 puntos por la expresión correcta de la fórmula de integración por partes; 1'25 puntos por la aplicación correcta de dicha fórmula para llegar a la expresión de las primitivas $\big(F(x) = \frac{1}{3}x^3 \cdot \ln x^2 - \frac{2}{9}x^3 + C\big)$; 0'5 puntos por el caso particular $\big(F(1) = 0 \Rightarrow C = \frac{2}{9}\big)$.

OPCIÓN B

1.- (2'5 puntos) : 1 punto por el cálculo del determinante de la matriz de coeficientes del sistema y de los valores del parámetro que lo anulan $\big(|A| = b \cdot (1 - b)\big)$; 0'5 puntos por la discusión de cada uno de los tres casos (si $b \neq 0$ y $b \neq 1$ el sistema es compatible determinado; si $b = 0$ el sistema es incompatible; si $b = 1$ el sistema es compatible indeterminado).

2.- (a) (0'75 puntos) : ecuaciones implícitas de r son $x - 2z = 1$, $y = 0$. **(b)** (1'75 puntos) : 0'5 puntos por la descripción del haz de planos determinado por la recta r $\big(\alpha(x - 2z - 1) + \beta y = 0$ con $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)\big)$; 0'75 puntos por un planteamiento correcto; 0'5 puntos por una solución (el plano $y = 0$, ó el plano $x + 2y - 2z = 1$).

3.- (2'5 puntos) : 1 punto por la aplicación correcta de la regla de l'Hopital cada vez que se utiliza (2 veces), y 0'5 puntos por obtener que el límite vale 0.

4.- (a) (1'25 puntos) : 0'75 puntos por la representación de la gráfica, y 0'5 puntos por señalar el recinto. **(b)** (1'25 puntos) : 0'5 puntos por el planteamiento correcto de la integral para calcular el área $\big(A = \int_{-1}^{0} -x\mathrm{e}^{x^2-1}\mathrm{d}x + \int_0^1 x\mathrm{e}^{x^2-1}\mathrm{d}x\big)$, 0'5 puntos por la primitiva de $x\mathrm{e}^{x^2-1}$, y 0'25 puntos por sustituir y simplificar para obtener $A = 1 - \mathrm{e}^{-1}$.