

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- (a) (1 punto) Calcule el siguiente límite (ln denota el logaritmo neperiano)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x .$$

(b) (1 punto) Estudie los extremos relativos, las asíntotas y el signo de la función $f(x) = x \cdot \ln x$ definida en el intervalo abierto $(0, +\infty)$.

(c) (0'5 puntos) Utilizando los datos obtenidos en los apartados **(a)** y **(b)**, represente de forma aproximada la gráfica de la función $f(x)$ del apartado **(b)**.

2.- (a) (0'5 puntos) Diga cuándo una función $F(x)$ es una primitiva de otra función $f(x)$.

(b) (2 puntos) Haciendo el cambio de variable $t = \sqrt{x-1}$, calcule la primitiva de la función $f(x) = x \cdot \sqrt{x-1}$ cuya gráfica pasa por el punto $(1, 0)$ del plano.

3.- Calcule los valores de a para los que el determinante de la matriz B es igual a 32, $|B| = 32$, siendo $B = 2 \cdot A^2$ y

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} .$$

4.- Dados el plano Π de ecuación $x + z = 1$ y los puntos $A = (1, 0, 0)$ y $B = (0, 1, 0)$, calcule los valores de c para los que el punto $P = (0, 0, c)$ cumple “área del triángulo ABP ” = “distancia de P a Π ”.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

- 1.-** (a) (0'75 puntos) Estudie las asíntotas de la función $f(x) = e^{-x^2}$.
(b) (1 punto) Calcule los extremos relativos y los puntos de inflexión de $f(x)$.
(c) (0'75 puntos) Utilizando los datos obtenidos en los apartados (a) y (b), haga la representación gráfica aproximada de la función $f(x)$.

2.- Calcule, utilizando la fórmula de integración por partes, una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = (x + 1)^2 \cdot \text{sen } x$ que cumpla $F(0) = 1$.

3.- ¿Existe alguna matriz $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix}$ que cumpla

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

y sea NO nula? Razone la respuesta.

4.- Sea Π el plano determinado por los puntos $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y $P = (0, 0, c)$, y sea la recta $r : \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - z = 3 \end{cases}$.

- (a) (0'5 puntos) Obtenga la ecuación implícita de Π .
(b) (1 punto) Determine los valores de c para los que r y Π son paralelos.
(c) (1 punto) Determine los valores de c para los que r y Π son perpendiculares.

OPCIÓN A

1.- (a) (1 punto): 0'5 puntos por expresar el límite para poder aplicar l'Hopital y 0'5 puntos por resolverlo (vale 0). **(b)** (1 punto): 0'5 puntos por obtener su único mínimo (en $x = e^{-1}$), 0'25 puntos por el estudio de sus asíntotas (no hay), y 0'25 puntos por el estudio del signo. **(c)**: 0'5 puntos.

2.- (a): 0'5 puntos. **(b)** (2 puntos); 1 punto por hacer bien el cambio: $t = \sqrt{x-1} \Rightarrow x = t^2 + 1$ y $dx = 2t dt$, luego hay que resolver $\int 2(t^4 + t^2) dt$; 0'75 puntos por resolver la nueva integral y deshacer el cambio para obtener las primitivas $F(x) = \frac{2}{5}(x-1)^{5/2} + \frac{2}{3}(x-1)^{3/2} + C = \frac{2}{15}(x-1)^{3/2}(3x+2) + C$; 0'25 puntos por obtener que $C = 0$ si $F(1) = 0$.

3.- (2'5 puntos): 0'75 puntos por el determinante de A ($|A| = 3a - 2$), 0'75 puntos por el determinante de B ($|B| = 2^3|A|^2$), 0'5 puntos por llegar a la ecuación que debe cumplir a ($9a^2 + 4 - 12a = 4$, ó $3a - 2 = \pm 2$), y 0'5 puntos por la resolución de la ecuación ($a = 0$ y $a = 4/3$).

4.- (2'5 puntos): 1 punto por el cálculo del área del triángulo ($\frac{\sqrt{1+2c^2}}{2}$), 1 punto por el cálculo de la distancia ($\frac{|c-1|}{\sqrt{2}}$), y 0'5 puntos por el valor de c ($c = 1/4$).

OPCIÓN B

1.- (a) (0'75 puntos): 0'25 por cada una de las dos asíntotas horizontales que tiene (el eje OX lo es en $+\infty$ y en $-\infty$), y 0'25 por argumentar que no hay más. **(b)** (1 punto): 0'5 por obtener el extremo (un máximo en $x = 0$) y 0'5 por obtener los dos puntos de inflexión (en $x = 1/\sqrt{2}$ y en $x = -1/\sqrt{2}$). **(c)**: 0'75 puntos.

2.- (2'5 puntos): 1 punto por la aplicación correcta de la fórmula de integración por partes cada vez que se utiliza (2 veces), para llegar a la expresión de las primitivas ($F(x) = -(x+1)^2 \cdot \cos x + 2(x+1) \cdot \sin x + 2 \cdot \cos x + C$); 0'5 puntos por el caso particular ($F(0) = 1 \Rightarrow C = 0$).

3.- (2'5 puntos): 1'25 puntos por cualquier planteamiento correcto que lleve a un sistema de ecuaciones, 0'5 puntos por la respuesta negativa, y 0'75 puntos por razonarla correctamente.

4.- (a): 0'5 puntos por obtener que la ecuación de Π es $cx + cy + z = c$. **(b)** (1 punto): 0'5 puntos por cualquier planteamiento correcto para el paralelismo, y 0'5 puntos por obtener el valor ($c = -1$). **(c)** (1 punto): 0'5 puntos por cualquier planteamiento correcto para la perpendicularidad, y 0'5 puntos por obtener el valor ($c = 1/2$).