SELECTIVIDAD 2.014

Esta es una selección de cuestiones propuestas en las otras comunidades autónomas en la convocatoria de Junio del 2.014. En aquellas comunidades en las que no se indica nada, el formato de examen es similar al que se propone en la UEX, dos opciones con cuatro cuestiones, una de cada uno de los cuatro bloques: Cálculo diferencial, Cálculo integral, Álgebra lineal y Geometría del espacio tridimensional.

ANDALUCÍA

1.- Sean $f:\Re \to \Re$ y $g:\Re \to \Re$ las funciones definidas por: $f(x)=\frac{|x|}{2}$ y $g(x)=\frac{1}{1+x^2}$

a) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

2.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+z=5 \end{array}\right)$$

a) Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x+y-7z=1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.

b) Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de las incógnitas sea 4.

ARAGÓN

1.- a) Usando el cambio de variable t=lnx, determine el valor de la integral:

$$\int \frac{1+3\ln x+(\ln x)^3}{x\left[1-(\ln x)^2\right]}\,dx$$

b) Determine el límite: $\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\left(\frac{1}{senx}\right)^2}$

2.- a) Considere las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Determine las matrices M y N de orden 2x2 tales que: $\begin{cases} AM+BN=D \\ AM=N \end{cases}$

b) Se considera una matriz G de orden 3x3, cuyas columnas se representan por C_1, C_2, y C_3 y cuyo determinante vale 2. Considere ahora una matriz H cuyas columnas son C_3, C_3+C_2, $3C_1$, ¿cuál es el determinante de esta nueva matriz H?

ASTURIAS

1.- Dado el número real a se considera la matriz A=$\begin{pmatrix} 1 & a & a+1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & a-1 \end{pmatrix}$

a) Halla los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.

b) Obtenga la solución del sistema homogéneo cuya matriz es A en los casos en que sea compatible e indeterminado.

2.- Un agricultor hace un estudio para plantar árboles en una finca. Sabe que si planta 24 árboles la producción media de cada uno de ellos será de 600 frutos. Estima que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos.

a) ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la finca para que la producción sea máxima?

b) ¿Cuál es esa producción?

CANTABRIA (Cada opción consta de 3 preguntas)

1.- Considera la función f(x)=$\begin{cases} senx & \text{si x} \in [-2\pi,0] \\ x^2-2x & \text{si x} \in [0,3] \end{cases}$

a) Estudia si la función f es derivable en x=0

b) Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. Dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abcisas (y=0) y las rectas verticales x=0 y x=3.

2.- Considera la recta r ≡ $\begin{cases} 3x-y-11=0 \\ 2x-y-z-5=0 \end{cases}$ y los puntos A(0,1,1) y B(1,2,1)

a) Halla un punto P de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

b) Calcula la ecuación del plano π que contiene a la recta r y al punto A.

c) Determina la distancia del punto B al plano π.

CASTILLA - LA MANCHA

1.- a) Sabiendo que A es una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A|=5$, calcula razonadamente el valor de los determinantes: $|-A|$; $|A^{-1}|$; $|A^t|$; $|A^3|$

b) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$ calcula, usando las propiedades de los determinantes:

$$\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2a & 2b & 2c \\ 0 & 30 & 0 & 10 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

2.- Para cada c≥2 definimos A(c) como el área de la región encerrada entre la gráfica de $f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$, el eje de abcisas y las rectas x=1 y x=c.

a) Calcula A(c)

b) Calcula $\lim_{c \to +\infty} A(c)$

CASTILLA Y LEÓN

1.- Calcular la recta contenida en el plano $\pi_1 \equiv x+y+z=3$, paralela al plano $\pi_2 \equiv x=0$ y que pasa por el simétrico del punto B(-1,1,1) respecto de π_2 .

2.- Sea f(x)=+2 $\sqrt{x}$.

a) Hallar su dominio y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcular el punto de la gráfica de f(x) más cercano al punto (4,0).

CATALUÑA

(Proponen seis cuestiones de las que deben elegir cinco)

1.- Un nadador está en el mar en un punto N, situado a 3 km de una playa recta, y justo enfrente de un punto S, situado en la playa junto al agua; y quiere ir a un punto A, situado también junto al agua y a 6 km del punto S, de modo que el triángulo NSA es rectángulo en el vértice S. El nadador nada a una velocidad constante de 3 km/h y camina a una velocidad constante de 5 km/h.

a) Si P es un punto que está a una distancia x de S, demostrar que el tiempo, en horas, que necesita el nadador para nadar del punto N al punto P y caminar desde el punto P hasta el punto A, es determinado por la expresión $t(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{3} + \frac{6-x}{5}$

b) Calcula el valor de x que determina el tiempo mínimo necesario para ir del punto N al punto A, pasando por P. ¿Cuál es el valor de este tiempo mínimo?

2.- a) Demostrar que si A es una matriz cuadrada que satisface la igualdad $A^2=I$, donde I es la matriz identidad, entonces A es invertible y $(A^{-1})^2=I$.

b) Calcular la expresión general de las matrices de la forma A= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & 2 \end{pmatrix}$ con $b\neq 0$ que satisfacen la igualdad $A^2=I$

<u>COMUNIDAD VALENCIANA</u>

(Proponen tres cuestiones en cada opción)

1.- Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El valor de m para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x} & , \mathrm{x} \leq 0 \\ \dfrac{(\mathrm{x}+1)\mathrm{senx}}{\mathrm{x}} & , \mathrm{x} > 0 \end{cases}$ es continua en x=0.

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)\,e^{2x}$.

c) La integral $\int (x+1)e^{2x}dx$, y el área limitada por la curva $(x+1)\,e^{2x}$ y las rectas x=0, x=1 e y=0.

2.- Se da el triángulo T cuyos vértices son A(1,2,-2), B(0,3,-1) y C(-1,0,0) y los planos

$\pi_1 \equiv x+y+z+1=0$ y $\pi_2 \equiv \begin{cases} x = -\alpha+\beta+1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha+\beta \end{cases}$ Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La posición relativa del plano π_1 y del plano que contiene al triángulo T.

b) Un vector $\overrightarrow{n_1}$ perpendicular al plano π_1 y un vector $\overrightarrow{n_2}$ perpendicular al plano π_2 y el coseno del ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{n_1}$ y $\overrightarrow{n_2}$.

c) Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2

<u>GALICIA</u>

1.- a) Estudia, según los valores de m, el rango de la matriz A= $\begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$

b) ¿Coincide A con su inversa para algún valor de m?

c) Determina una matriz simétrica X de orden 2 tal que $X \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ y el determinante de la matriz 3X sea -9.

2.- a) Define el producto vectorial de dos vectores. Dados los vectores **u**=(2,2,0) y **v**=(1,1,-1), calcula los vectores unitarios y perpendiculares a los dos vectores **u y v**.

b) Calcula el valor de a para que la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-2}{-4}$ no corte al plano $\pi \equiv 5x+ay+4z=5$. Para ese valor de a, calcula la distancia de la recta al plano.

ISLAS BALEARES

1.- Determina el punto (o los puntos) de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ que equidistan de los planos $\pi_1 \equiv x+y+z+3=0$ y $\pi_2 \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = -\lambda + \mu \\ z = -6 + \mu \end{cases}$

2.- a) Calcula el valor de a para que la función f(x)= $\begin{cases} 1 - \cos x & \text{si } x \le 0 \\ x^2 + ax & \text{si } x > 0 \end{cases}$ verifique el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, 1 \right]$

b) Considerando el valor de a obtenido en el apartado a), calcula el valor de c$\in \left(-\frac{\pi}{2}, 1 \right)$ tal que f´(c)=0.

ISLAS CANARIAS

1.- La fabricación de x tabletas gráficas supone un coste total dado por la función C(x)=1.500x+1.000.000. Cada tableta se venderá a un precio unitario dado por la función P(x)=4.000-x. Suponiendo que todas las tabletas fabricadas se venden, ¿cuál es el número que hay que producir para obtener el beneficio máximo?

2.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 & 0 \\ 2 & 1/2 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Hallar las matrices X e Y de dimensiones 2x3 tales que verifican el sistema matricial: $\begin{cases} 3X + Y = A \\ 4X + 2Y = B \end{cases}$

LA RIOJA

1.- a) Determina los valores de a que cumplen la ecuación: $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 4 & 2 & a \end{vmatrix} = 0$

b) Halla un punto P de la recta $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$ que no sea coplanario con los puntos A(2,1,4), B(1,2,2) y C(1,1,2) **(2 Puntos)**

2.- Sea h(x)= x^4-2x^3-1

a) Enuncia el teorema de Bolzano.

b) Determina los extremos relativos y estudia la monotonía de h.

c) Utiliza el teorema de Bolzano para probar que la ecuación h(x)=0 tiene exactamente dos soluciones reales. **(3 Puntos)**

MADRID

1.- a) Sea f: $\Re \to \Re$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abcisa x=-2 es un punto de inflexión de la gráfica de f(x) y que la recta de ecuación y=16x+16 es tangente a la gráfica de f(x) en dicho punto, determinar f(-2); f´(-2) y f´´(-2).

b) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función g(x)=x^4+4x^3 y el eje OX. **(2 Puntos)**

2.- Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado 22 euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de 14 euros. Se pide:

a) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos 8 cuadernos y 3 rotuladores. **(2 Puntos)**

MURCIA

1.- Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$, calcule, sin desarrollar ni utilizar la regla de Sarrus, los siguientes determinantes, indicando en cada caso qué propiedad de los determinantes se está utilizando.

a) $\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+2 & 3z+4 \\ x+2 & y+2 & z+2 \end{vmatrix}$

2.- a) Calcule la integral indefinida $\int tgx\, dx$.

b) De todas las primitivas de la función f(x)=tgx, encuentre la que pasa por el punto de coordenadas (0,2).

NAVARRA

1.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, encuentra todas las matrices B que cumplan ABA=A

2.- Dada la función f(x)=$\dfrac{\cos\left(x^3+2x^2+3x\right)}{\sqrt{x^2+x+2}}$ demuestra que existe un valor $\alpha \in$(-2,1) tal que f´(α)=0. Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

PAÍS VASCO

(Proponen 5 cuestiones en cada opción, una de ellas, la 5, es de problemas aritméticos)

1.- Se sabe que la función F es derivable en todos los puntos y que está definida en el intervalo $\left(-\infty,0\right]$ por la fórmula F(x)=1+2x+Ax^2 y en el intervalo $\left(0,+\infty\right))$por la fórmula F(x)=B+Ax.

a) Encontrar los valores de A y B para que se verifiquen las condiciones anteriores.

b) Representar F.

2.- Dada la recta $r\equiv\begin{cases}4x-3y+4z=-1\\ 3x-2y+z=-3\end{cases}$ y el plano π≡2x-y+Az=0.

a) Calcular el valor de A para que la recta y el plano sean paralelos.

b) Obtener un plano perpendicular a la recta r y que pase por el origen de coordenadas.

Un verso suelto

Sea N el número N=$2^a.3^b$. Obtener el dígito correspondiente a las unidades de N en los siguientes casos:

a) Si a=2.014 y b=2.014

b) Si a=800 y b=805.