

Plan Docente de la asignatura

I. Descripción y contextualización

<i>Identificación y características de la asignatura</i>				
<i>Denominación y código</i>	Teoría de la Medida y de la Probabilidad			
<i>Curso y Titulación</i>	1º Licenciatura en Ciencias y Técnicas Estadísticas			
<i>Área</i>	Estadística e Investigación Operativa			
<i>Departamento</i>	<i>Matemáticas</i>			
<i>Tipos</i>	Obligatoria		9 créditos LRU	
<i>Coficientes</i>	Practicidad: 2		Agrupamiento: 3	
<i>Duración ECTS (créditos)</i>	8,57 ECTS (214 horas)		Primer cuatrimestre	
<i>Distribución ECTS (rangos)</i>	GG: 28%	S: 12%	Tut. ECTS: 2%	NP: 58%
	60 horas	27 horas	3 horas	124 horas
<i>Descriptores (según BOE)</i>	Conceptos y resultados básicos sobre medida e integración. Medida imagen. Medida producto. Medidas definidas por densidades. Esperanza condicional. Probabilidad condicional regular. Aplicaciones.			
<i>Coordinador-Profesor/es</i>	(1) Agustín García Nogales, (2) José Antonio Oyola Velasco			
<i>Tutorías complementarias (1)</i>	(1) Lunes y Jueves de 11 a 13 horas (despacho B15, edif. Matemáticas, Fac. Ciencias)	(1) Miércoles de 11 a 13 horas (cátedra de Bioestadística, Fac. Medicina)	(1) Ext.: 9561, 9444 nogales@unex.es	
	(1) http://kolmogorov.unex.es/~nogales			
<i>Tutorías complementarias (2)</i>	(2) Jueves de 16 a 18 horas (despacho B19, edif. Matemáticas, Fac. Ciencias)	(2) Lunes a Jueves de 11 a 12 horas (despacho B19, edif. Matemáticas, Fac. Ciencias)	(2) Ext.: 9137 jaoyola@unex.es	

*Contextualización profesional***Conexión con los perfiles profesionales de la Titulación:**

Teoría de la Medida y de la Probabilidad es una asignatura de carácter fundamentalmente básico que tiene como objetivo principal la uniformización de conocimientos de los alumnos que acceden a la titulación desde orígenes muy heterogéneos. No obstante, entre sus contenidos aparecen conceptos básicos (independencia, distribución de probabilidad, esperanza condicional, por ejemplo) que el estadístico aplicado debe tener muy claros a la hora de abordar problemas reales. En seminarios se abordan puntualmente contenidos de un carácter mucho más aplicado, como puede ser, por ejemplo, la generación de números aleatorios o la descripción de modelos probabilísticos concretos.

Por tanto, la asignatura estaría principalmente relacionada con el perfil profesional E de la titulación.

*Contextualización curricular***Conexión con las competencias genéricas y específicas del Título**

La licenciatura en Ciencias y Técnicas Estadísticas es una titulación de segundo ciclo que se imparte en la Facultad de Ciencias de nuestra Universidad desde el curso académico 1999-2000, y a la que se puede acceder desde diferentes titulaciones (véase O.M. de 21/09/1995, BOE de 28/09/1995). Tiene una carga docente total de 126 créditos, de los cuales 13.5 son para materias optativas, 13.5 son para materias de libre elección, y los 99 créditos restantes se reparten entre los dos cursos de la licenciatura de la siguiente manera:

	Créditos troncales	Créditos obligatorios
Primer curso	51	9
Segundo curso	31.5	7.5

La asignatura Teoría de la Medida y de la Probabilidad es una asignatura de carácter obligatorio en el Plan de Estudios de la titulación en la Universidad de Extremadura. Los descriptores recogidos en ese plan de estudios son: “Conceptos y resultados básicos sobre medida e integración. Medida imagen. Medida producto. Medidas definidas por densidades. Esperanza condicional. Probabilidad condicional regular. Aplicaciones.”

Las competencias específicas del título con las que se vincula fundamentalmente son las que figuran como números 2-5,7,14,18.

Competencias Específicas del Título (CET)

1. Ser capaz de organizar, representar, resumir y analizar la información contenida en conjuntos de datos.
2. Ser capaz de estudiar y resolver problemas en situaciones de incertidumbre por estar sujetas al azar.
3. Ser capaz de construir y validar modelos probabilísticos para describir fenómenos reales.
4. Ser capaz de planificar y diseñar experiencias para la recogida de la información.
5. Ser capaz de seleccionar muestras representativas en poblaciones generales.
6. Ser capaz de inferir conclusiones científicas a partir de la información proporcionada por muestras o experimentos.
7. Ser capaz de realizar estudios comparativos entre poblaciones y de detectar posibles relaciones entre variables.
8. Ser capaz de interpretar resultados a partir de modelos estadísticos.
9. Ser capaz de identificar y analizar estadísticamente la información relevante contenida en problemas complejos.
10. Ser capaz de aplicar correctamente la metodología estadística en el análisis de

datos.	
11. Ser capaz de desarrollar técnicas estadísticas específicas en la resolución de problemas reales.	
12. Ser capaz de aplicar los procedimientos básicos de la investigación operativa en la toma de decisiones.	
13. Ser capaz de interpretar y presentar en sus justos términos informes estadísticos.	
14. Ser capaz de utilizar correcta y adecuadamente los paquetes estadísticos y de gestionar bases de datos.	
15. Ser capaz de diseñar, programar e implementar software estadístico.	
16. Ser capaz de modelar problemas reales para resolverlos con las técnicas de la investigación operativa.	
17. Se capaz de utilizar y programar software para resolver problemas de optimización.	
18. Tener capacidad de abstracción y razonamiento científico.	

II. Objetivos

<i>Relacionados con competencias académicas y disciplinares</i>	<i>Vinculación</i>
Descripción	<i>CET</i>
1. Adquirir la formación probabilística necesaria para afrontar con garantías el resto de asignaturas de la titulación.	2-5,7,14,18
2. Comprender la relación entre las teorías de la probabilidad y de la medida, y manejar con soltura el doble lenguaje usado para conceptos análogos en ambas teorías.	2,3,4,18
3. Aprender a establecer modelos probabilísticos concretos para problemas concretos y conocer las principales distribuciones de probabilidad discretas y continuas.	2,3,4,18
4. Comprender los conceptos probabilísticos de independencia y dependencia, y los problemas general y lineal de regresión desde un punto de vista probabilístico.	2,3,4,18
5. Adquirir las herramientas necesarias para estudiar la dependencia y garantizar la independencia tanto matemáticamente como en la selección de muestras representativas en poblaciones.	4,5,18
6. Conocer rigurosamente la matemática que subyace tras los conceptos presentados.	2,3,18
7. Conocer la utilidad de distinto tipo de software en el desarrollo de la asignatura.	14

III. Contenidos

<i>Secuenciación de bloques temáticos y temas</i>
0. PRELIMINARES
0.1 Teoría de conjuntos. 0.2 Números. 0.3 Funciones. 0.4 Topología.
1. ESPACIOS MEDIBLES:
1.1 Álgebras y sigma-álgebras: ejemplos. 1.2 Sigma-Álgebra engendrada por una familia de partes de un conjunto: sigma-álgebra de Borel R^n en R^n . 1.3 Teoremas de la clase monótona y de Dynkin.
2. FUNCIONES MEDIBLES. VARIABLES ALEATORIAS:
2.1 Variables aleatorias o funciones medibles: ejemplos y propiedades de estabilidad de la clase de las variables aleatorias. 2.2 Sigma-Álgebra inducida por una función medible. 2.3 Funciones simples. 2.4 Funciones reales medibles como límite puntual de funciones simples.
3. ESPACIOS DE MEDIDA. ESPACIOS DE PROBABILIDAD
3.1 Medida y probabilidad: ejemplos y propiedades. 3.2 Medidas de Lebesgue-Stieljes y funciones de distribución (casos real y n-dimensional). 3.3 Propiedades que ocurren casi seguro (c.s.).
4. INTEGRAL. ESPERANZA
4.1 Integral de funciones reales medibles respecto a una medida. 4.2 Monotonía y aditividad de la integral. 4.3 Algunas propiedades de la integral. 4.4 Teoremas de la convergencia monótona y de la convergencia dominada. 4.5 Extensión de medidas: teorema de Carathéodory.
5. TEOREMA DE LA MEDIDA IMAGEN. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD
5.1 Suma de medidas. 5.2 Medida imagen. Distribución de probabilidad de una v.a. 5.4 Teorema de la medida imagen. 5.5 Momentos (de la distribución de probabilidad) de una v.a.r. 5.6 Desigualdades de Markov y de Chebyshev. 5.7 Covarianza y coeficiente de correlación entre dos v.a.r.
6. MEDIDAS DEFINIDAS POR DENSIDADES:
6.1 Medida absolutamente continua respecto a otra. 6.2 Derivada de Radon-Nikodym. 6.3 Teorema de cambio de variables. 6.4 Transformación de v.a.
7. MEDIDA PRODUCTO. MEDIDAS DE TRANSICIÓN
7.1 Producto de una cantidad finita de sigma-álgebras. 7.2 Medidas producto y medidas de transición. 7.3 Teoremas de la medida producto y de Fubini (versiones clásicas y generalizada). 7.4 Extensión al caso de una cantidad numerable de espacios de probabilidad.
8. INDEPENDENCIA. CONVOLUCIÓN
8.1 Definición. Caracterización de independencia. 8.2 Independencia y producto de espacios de probabilidad. 8.3 Independencia e incorrelación de v.a.r. 8.4 Densidad conjunta de v.a. independientes con densidad.

8.5 Definición de convolución de probabilidades.
8.6 Distribución de la suma de v.a. n-dimensionales independientes.
8.7 Convolución de dos distribuciones absolutamente continuas y de dos distribuciones discretas.
9. FUNCIÓN CARACTERÍSTICA
9.1 Definición.
9.2 Función característica de la suma de v.a.r. independientes.
9.3 Propiedades de las funciones características.
9.4 Fórmula de la inversión.
9.5 Función característica de una v.a. n-dimensional.
9.6 Función generatriz de momentos en los casos real y n-dimensional.
9.7 El problema de los momentos.
9.8 Función generatriz de probabilidad de una v.a. discreta.
10. MUESTRAS
10.1 Definición probabilística de muestra.
10.2 Función de distribución empírica.
10.3 Momentos muestrales.
10.4 Distribución de los momentos muestrales para muestras de una distribución normal.
11. TEOREMA DE RADON-NIKODYM
11.1 Medida real.
11.2 Teorema de descomposición de Hahn.
11.3 Teorema de Radon-Nikodym.
12. DEFINICIÓN DE ESPERANZA CONDICIONAL
12.1 Esperanza condicional respecto a una sigma-álgebra y respecto a una v.a.
12.2 Propiedades de la esperanza condicional.
12.3 Teoremas de la convergencia monótona y de la convergencia dominada para la esperanza condicional.
13. DISTRIBUCIÓN CONDICIONAL Y DISTRIBUCIÓN CONJUNTA DE V.A.
13.1 Función de distribución condicional regular.
13.2 Probabilidad condicional regular.
13.3 Distribuciones condicionales.
13.4 Otra caracterización de independencia.
13.5 Densidad condicional.
14. DESIGUALDAD DE JENSEN PARA LA ESPERANZA CONDICIONAL. PROBLEMA GENERAL DE REGRESIÓN
14.1 Desigualdad de Jensen para la esperanza condicional.
14.2 La esperanza condicional como proyección en el espacio de Hilbert L^2 .
14.3 El problema general de regresión.
14.4 El problema de regresión lineal.

<i>Interrelación</i>			
Requisitos (Rq) y redundancias (Rd)		Tema	<i>Procedencia</i>
Análisis Matemático de una y varias variables	Rq	Todos	Acceso a la titulación
Álgebra lineal	Rq	Todos	Acceso a la titulación

IV. Metodología docente y plan de trabajo del estudiante

<i>Actividades de enseñanza-aprendizaje</i>				<i>Vinculación</i>	
<i>Descripción y secuenciación de actividades</i>	<i>Tipoⁱ</i>		<i>Dⁱⁱ</i>	<i>Tema</i>	<i>Objet.</i>
1. Presentación plan docente de la asignatura	GG	C-E (I)	0,5	0-14	-
2. Explicación y ejemplificación en clase	GG	T (II)	3,5	0	6

3.	Estudio de contenidos explicados y repaso de conceptos análogos adquiridos en cursos precedentes.	NP	T (II)	4	0	6
4.	Resolución de problemas sobre el tema.	S	P (IV)	4	0	6
5.	Resolución de problemas sobre el tema.	NP	P (IV,VI)	3	0	6
6.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	1	1,2,3,6
7.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	1	1,2,3,6
8.	Resolución de problemas sobre clases de conjuntos.	S	P (IV)	2	1	1,2,3,6
9.	Resolución de problemas sobre clases de conjuntos.	NP	P (IV,VI)	3	1	1,2,3,6
10.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	5	2	1,2,3,6
11.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	5	2	1,2,3,6
12.	Resolución de problemas sobre variables aleatorias.	S	P (IV)	2	2	1,2,3,6
13.	Resolución de problemas sobre variables aleatorias.	NP	P (IV,VI)	3	2	1,2,3,6
14.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	3	3	1,2,3,6
15.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	3	3	1,2,3,6
16.	Resolución de problemas sobre espacios de medida.	S	P (IV)	1	3	1,2,3,6
17.	Resolución de problemas sobre espacios de medida.	NP	P (IV,VI)	2	3	1,2,3,6
18.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	6	4	1,2,3,6
19.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	6	4	1,2,3,6
20.	Resolución de problemas sobre integración.	S	P (IV)	3	4	1,2,3,6
21.	Resolución de problemas sobre integración.	NP	P (IV,VI)	3	4	1,2,3,6
22.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	5	1,2,3,6
23.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	5	1,2,3,6
24.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	S	P (IV)	2	5	1,2,3,6
25.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	NP	P (IV,VI)	2	5	1,2,3,6
26.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	2	6	1,2,3,6
27.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	3	6	1,2,3,6
28.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	S	P (IV)	1	6	1,2,3,6
29.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	NP	P (IV,VI)	2	6	1,2,3,6
30.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	7	1,2,3,4,6
31.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	6	7	1,2,3,4,6
32.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	S	P (IV)	2	7	1,2,3,4,6
33.	Resolución de problemas sobre integración y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	NP	P (IV,VI)	2	7	1,2,3,4,6
34.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	8	4,5,6
35.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	5	8	4,5,6
36.	Resolución de problemas sobre independencia, convolución y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	S	P (IV)	2	8	4,5,6
37.	Resolución de problemas sobre independencia, convolución y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	NP	P (IV,VI)	2	8	4,5,6
38.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	3	9	5,6
39.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	3	9	5,6
40.	Resolución de problemas sobre funciones características y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	S	P (IV)	1	9	5,6
41.	Resolución de problemas sobre funciones características y sobre distribuciones clásicas de probabilidad.	NP	P (IV,VI)	2	9	5,6
42.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	10	3,4,5,6,7
43.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	10	3,4,5,6,7
44.	Resolución de problemas sobre muestras.	S	P (IV)	2	10	3,4,5,6,7
45.	Resolución de problemas sobre muestras.	NP	P (IV,VI)	2	10	3,4,5,6,7
46.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	11	5,6
47.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	11	5,6
48.	Resolución de problemas sobre derivadas de Radon-Nikodym.	S	P (IV)	2	11	5,6
49.	Resolución de problemas sobre derivadas de Radon-Nikodym.	NP	P (IV,VI)	2	11	5,6
50.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	12	3,4,5,6
51.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	12	3,4,5,6
52.	Resolución de problemas sobre esperanza condicional.	S	P (IV)	2	12	3,4,5,6
53.	Resolución de problemas sobre esperanza condicional	NP	P (IV,VI)	3	12	3,4,5,6
54.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	4	13	3,4,5,6
55.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	13	3,4,5,6
56.	Resolución de problemas sobre distribuciones condicionales.	S	P (IV)	2	13	3,4,5,6
57.	Resolución de problemas sobre distribuciones condicionales.	NP	P (IV,VI)	2	13	3,4,5,6
58.	Explicación y ejemplificación en clase.	GG	T (II)	5	14	5,6,7
59.	Estudio de los contenidos explicados.	NP	T (II)	4	14	5,6,7
60.	Resolución de problemas sobre el tema.	S	P (IV)	2	14	5,6,7

61. Resolución de problemas sobre el tema.	NP	P (IV,VI)	2	14	5,6,7
62. Tutorización sobre los problemas propuestos.	Tut	T (III)	3	Todos	Todos
63. Estudio y preparación del examen final.	NP	T P	20	Todos	Todos
64. Examen final.	GG	C-E	3	Todos	Todos

<i>Distribución del tiempo (ECTS)</i>		<i>Dedicación del alumno</i>		<i>Dedicación del profesor</i>		
<i>Distribución de actividades</i>		<i>Nº alumnos</i>	<i>H. presenciales</i>	<i>H. no presenc.</i>	<i>H. presenciales</i>	<i>H. no presenc.</i>
Grupo grande (Más de 20 alumnos)	Coordinac./evaluac. (I)	24	0,5+3	-	4	2+12+12
	Teóricas (II y III)	24	56,5	63	60	35
	Prácticas (IV, V y VI)	24	-	-		
	Subtotal	24	60	63	64	70
Seminario- Laboratorio (6-20 alumnos)	Coordinac./evaluac. (I)	12	-	-		
	Teóricas (II y III)	12	-	-		
	Prácticas (IV, V y VI)	12	27	35	54	23
	Subtotal	12	27	35	54	23
Tutoría ECTS (1-5 alumnos)	Coordinac./evaluac. (I)	4				
	Teóricas (II y III)	4	3	-	18	3
	Prácticas (IV, V y VI)	4				
	Subtotal	4	3	-	18	3
Tutoría comp. y preparación de ex. (VII)		1-2	-	26	29	9
Totales			90	124	165	105

V. Actividades e instrumentos de evaluación

ACTIVIDADES E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN		
Seminarios y Tutorías ECTS	Registro y valoración de los problemas prácticos realizados por el alumno (10%).	10% (NR)
Examen Final	Examen teórico-práctico que constará de 4 partes: 1) Varias cuestiones teóricas de tipo verdadero/falso donde las respuestas erróneas restan la mitad de lo que puntúan las correctas (27%). 2) Dos ejercicios de cálculo de probabilidades (36%). 3) Enunciado y demostración de un resultado teórico estudiado en clase (9%). 4) Un problema (18%).	90%

VI. Bibliografía

BIBLIOGRAFÍA DE APOYO SELECCIONADA Y SITIOS WEB
<p>Ash, R.B., Catherine Doleans-Dade (1999). Probability & Measure. Academic Press.</p> <p>Billingsley, (1995), Probability and Measure, Wiley.</p> <p>Cohn, D.L. (1980) Measure Theory, Birkhauser Verlag.</p> <p>Métivier, M. (1972) Notions fondamentales de la théorie des probabilités, Dunod.</p> <p>Nogales, A.G. (1988), Estadística Matemática, Serv. Publicaciones Uex.</p> <p>http://kolmogorov.unex.es/~nogales</p>

BIBLIOGRAFÍA Y SITIOS WEB COMPLEMENTARIOS
Dacunha-Castelle (1982), Probabilités et Statistiques, Dunod.

BIBLIOGRAFÍA Y SITIOS WEB COMPLEMENTARIOS

Ferguson (1967), *Mathematical Statistics. A Decision Theoretic Approach*. Academic Press.

Loève (1960), *Probability Theory*, Van Nostrand.

Parthasaraty (1980), *Introduction to Probability and Measure*, McMillan Press.

<http://www.probability.net/>

<http://www.emtech.net/statistics.htm>

i *Tipos de actividades*. GG (Grupo Grande); S (Seminario o Laboratorio); Tut (Tutoría ECTS); No presenciales (NP); C-E, I (Coordinación o evaluación); T, II (Teórica de carácter expositivo o de aprendizaje a partir de documentos); T, III (Teórica de discusión); P, IV (Prácticas basadas en la solución de problemas); P, V (Prácticas basadas en la observación, experimentación, aplicación de destrezas, estudio de casos...); P, VI (Prácticas con proyectos o trabajos dirigidos); T-P, VII (Otras teórico-prácticas).

ii *D*. Duración en sesiones de 1 hora de trabajo presencial o no presencial (considerando en cada hora 50-55 minutos de trabajo neto y 5-10 de descanso).